宇宙物理学と熱力学
Astrophysics and Thermodynamics

ネイチャーQ

阪上　雅昭（京都大学大学院人間・環境学研究科）
Masa-aki SAKAGAMI (Graduate School of Human and Environmental Studies, Kyoto University)
e-mail: sakagami@phys.h.kyoto-u.ac.jp

１．はじめに

ラバールノズルを用いた流体でのブラックホールのシミュレーション実験[1]を共同で行っている縁で，編集出版部会長の吉田英生教授（京都大学）から宇宙と熱力学の関わりについての記事の依頼を頂いた．

宇宙では種々のドラマチックな現象が起こっている．例えば，重い星の生涯の最後に起こる超新星爆発ではマッハ数が 10,000 を超える衝撃波が宇宙空間を伝搬し，中心には密度が$10^{15}\,\mathrm{g/cm^3}$ にもなる中性子星が形成される．これらの現象が私たちと無縁かというと決してそうではない．銀河系ではおよそ１００年に一度超新星爆発が起こり，太陽系も含めて銀河系の全ての場所が衝撃波の通過を経験していると言われている．

２．星の物理と熱力学

宇宙物理学は恒星の研究から始まったといって過言ではない．日本でこの分野の研究が発展した経緯については日本物理学会誌の５０周年記念号に詳しく述べられている[2]．まず，恒星の代表である太陽の輻射量という簡単な話からはじめよう．太陽から地球に降り注ぐエネルギーフラックスはいわゆる太陽定数，約 2 cal/(cm^{2}min) (1.4 kW/m^2) で与えられる．これと太陽と地球の平均距離 1.5×10^{11} m（光で 500 s）から太陽が単位時間に放射するエネルギー(輻射量) は

$$L \approx 4\times10^{26}\ \mathrm{W} \qquad (1)$$

と求められる．ご存知のように恒星のエネルギーは中心部での核融合反応で供給されている．従って質量とエネルギーの同等性$E = mc^2$を用いると，太陽では１秒間に4×10^{9} kg の質量が消費されていることがわかる．太陽の質量は2×10^{30} kg であるから，これを１秒あたりの消費量で割ると太陽の寿命が計算できそうである．しかし，その値は実際の寿命より３桁ほど大きくなってしまう．４個の水素からヘリウムをつくる際の質量欠損が 0.7%であること，中心部の約 10%の水素を消費すると星はその生涯を終えることを考慮すると約１００億年という正しい値が導出できる．

先に計算したように太陽の輻射量(1)は膨大であり，エネルギー源としての核融合の可能性を表しているように見える．本当にそうだろうか．そこで，この値を太陽の質量で割ってみることにしよう．すると 1 kg あたりの輻射量は2×10^{-4} W/kg とさほど大きくない．比較のために人間を考えてみよう．１日の基礎代謝量は約 2000 kcal なので人間は約 100 W の熱源である．体重を 50 kg とすると 1 kg あたりの輻射量は 2 W/kg となり，何と人間の方が４桁大きいのである．単位質量あたりの輻射量での比較という方法には異論があるかもしれないが，エネルギー源としての核融合の可能性に疑問を投げかける値だと感じさせられる．

さらに詳しく恒星の構造や進化を議論するためには，内部での輻射や対流による熱輸送，すなわち伝熱の問題を扱わなければならない．具体的には，重力と圧力勾配のバランスを表す静水圧平衡，中心での核融合反応によるエネルギー生成，そして輻射と対流による熱輸送を同時に数値的に解いている，しかし，ここではもっと定性的な議論を紹介することにしよう．

太陽は，白色矮星としてその生涯を終えることが知られている．白色矮星の中心ではもはや核融合反応は起こっておらず，電子の縮退圧で自分自身の重力を支えている．縮退圧について正しく理解するためにはフェルミ統計についての知識が必要であるが，ここでは結果として圧力 p と密度ρの間にいわゆる断熱変化の関係

$$p \propto \rho^{\gamma} \qquad (2)$$

が得られることだけを用いて議論を進める[3-5]．今後この状態方程式をポリトロープ関係とよぶことにする．γは断熱指数（比熱比）で電子ガスの場合は 5/3 である．しかし星の質量が大きくなると，中心付近での電子の平均エネルギーが電子の

静止エネルギー $m_e c^2$ を超える．これを宇宙物理の分野では電子ガスが相対論的状態になったという．この時，電子ガスの性質は光子ガスに近づき $\gamma = 4/3$ になることが知られている[3,4]．この断熱指数の変化が白色矮星の安定性において非常に重要な役割を果たす．

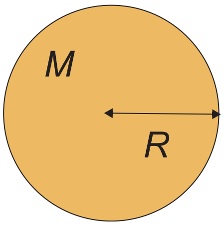

図 1

ここで図 1 のような半径 R，質量 M の星を考えよう．星の構造は重力と圧力勾配のつりあい（静水圧平衡）で決まる．つまり自己重力を圧力で支えるわけである．本当は圧力勾配で支えるのであるが，話を簡単にするため密度と圧力は一定とする．この場合，静水圧平衡の条件は，白色矮星の圧力をになう電子ガスの内部エネルギーと重力エネルギーの大きさが同程度であることを示す

$$pR^3 \approx \frac{GM^2}{R}$$

という式で表すことができる．ここで G は重力定数である．また半径が変化しても星の質量は $M \approx \rho R^3 \approx$ 一定 と保たれる．これら 2 つの関係式から $p \propto \rho^{4/3}$ が導かれる．これは星の自己重力は密度変化に対して $\gamma = 4/3$ のガスと同じふるまいをすることを示唆しており，宇宙物理の分野では **“重力の γ は 4/3”** と表現される．ただし，$\gamma = 4/3$ のガスが自己重力とつりあうことを意味するわけではない．むしろ逆である．$\gamma = 4/3$ のガスの場合，何らかの原因で収縮が始まると密度の上昇による圧力の増加と重力の増加が同じなので収縮を食い止めることができない．一方，$\gamma = 5/3$ のガスの場合，圧力の増加の方が重力より大きいので，収縮を食い止めることができる．従って星が安定に存在するためには，圧力の原因となっているガスの断熱指数が $\gamma > 4/3$ でなければならない．

ここで，白色矮星を支えている電子ガスの場合，星の質量が大きくなると電子ガスの平均エネルギーが電子の静止エネルギーを超え（相対論的になる）$\gamma = 4/3$ になったことを思いだそう．すると電子の縮退圧で支えることができる質量に上限があることに気づくだろう．この臨界質量は発見者にちなみチャンドラセカール質量(Chandrasekhar mass)と呼ばれている[6]. 臨界質量の導出は今となってはさほど難しいものではない．とはいえフェルミ統計と電子の縮退圧について多少の知識が必要なので，ここでは

$$M_{ch} \approx \left(\frac{1}{m_p}\right)^2 \left(\frac{hc}{2\pi G}\right)^{3/2} \approx \text{太陽質量の1.4倍}$$

という結果だけを紹介するにとどめておく[3,5]．ここで m_p は陽子の質量，c は光速度そして h はプランク定数[7]である．量子論(h)，相対性理論(c)そして重力(G)を特徴づける基本的な物理定数のみでマクロな存在である星の質量が導かれている．宇宙物理学の数々の成果の中でも最も美しい式である．Chandrasekhar のこの研究は 1930 年代としては画期的でありすぎたため，なかなか物理学者・天文学者に受け入れられなかった．相対性理論や天文学の第一人者であった Eddington 卿がロンドンの王立天文学協会で Chandrasekhar の研究を批判する講演をしたことは有名である[6].

３．重力多体系の比熱

ここまで，熱力学，統計力学そして流体力学と宇宙物理との関わりについて説明してきた．宇宙では日常とはかけ離れたスケールでの現象が現れる．そのおかげで物理法則の本質が浮かび上がって来ることが大きな魅力である．といって，そこで登場する熱力学を始めとする物理法則が，日常の物理現象を理解するためのものと大きく異なるのかというと必ずしもそうではない．物理量が極限的な値を取るのであって，法則自体が大きく変更されている訳ではない．

図 2

ところが重力が本質的な役割を果たす場合には事情が異なってくる．ここでは球状星団という 100 万個あまりの星の集団を考えよう．図２はヘラクレス座にあるＭ１３という代表的な球状星団である．この系は重力のみで相互作用する質点系と見なせるので重力多体系とよばれている．重力が長距離力であり，しかもクーロン力と異なりつねに引力であることから重力多体系の熱力学的性質は通常のガスと大きく異なることは容易に想像できるだろう．実は重力多体系の比熱は負なのである．そのためこの系にはいわゆる熱平衡状態が存在しない．

まず，負の比熱を理解するための簡単な例として図３のような地球の周囲を回る人工衛星の等速円運動を考えて頂きたい．

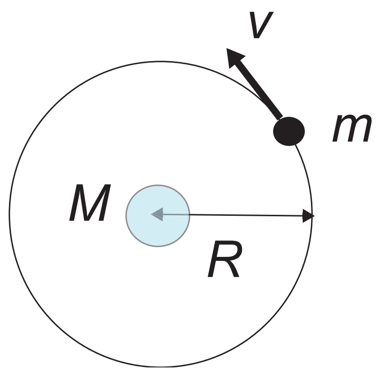

図 3

人工衛星の運動方程式は

$$m\frac{v^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \qquad (3)$$

で与えられる．ここで人工衛星の運動エネルギーと重力エネルギーを

$$K = \frac{m}{2}v^2, \quad V = -\frac{GMm}{R}$$

とすると(3)よりビリアル関係

$$2K + V = 0 \qquad (4)$$

が得られる．ここで人工衛星の全エネルギー $E = K + V$ に上のビリアル関係(4)を代入し V を消去すると

$$K = -E \quad (E < 0) \qquad (5)$$

が得られる．人工衛星は地球の重力に束縛されているので全エネルギー E は負であることに注意して欲しい．次に，人工衛星が大気による抵抗を受けているとしよう．この場合，全エネルギーは保存しなくなるが，ビリアル関係(4)は近似的に成り立つことが知られている．空気抵抗による微少な全エネルギーの損失を ΔE で表すと

$$\Delta K = -\Delta E \qquad (6)$$

と微少変化量についても(5)と同様の式が導かれる．この式は大気圏に突入した人工衛星が空気抵抗を受けることで減速ではなく逆に加速されることを示している．重力系において“負の比熱”が現れる最も簡単な例である．

もちろん１つの物体の運動なので，上の例には温度という概念はない．摩擦により全エネルギーが減少するにもかかわらず，運動エネルギーは増加する現象を“負の比熱”と比喩しただけである．本当の意味での負の比熱は，星の集団である球状星団（重力多体系）において現れる．この場合，K は系の全運動エネルギーである．そして K は球状星団の温度に比例すると考えてよい．人工衛星の議論ではビリアル関係が重要な役割を果たしていたことを思い出して欲しい．重力多体系に対してもビリアル関係 (4) は一般的状況で成立することが知られている[8]．従って，球状星団についても(6)式が成立し，比熱が負であることが示される．

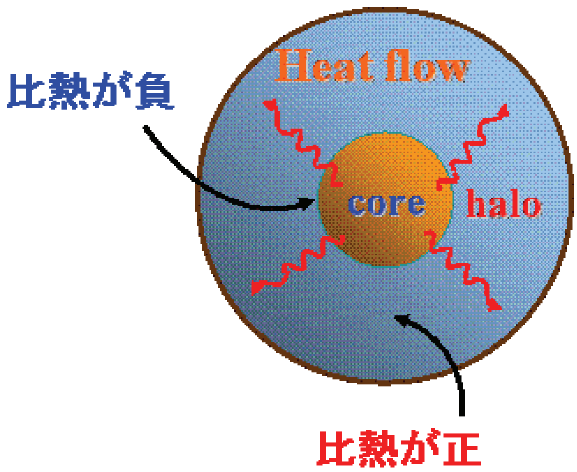

図 4

４．重力熱力学的不安定性

では球状星団はどのように進化するだろうか．実は球状星団では自己重力が効く中心付近（コア）は負の比熱をもつのに対し，その周辺部（ハロー）は比熱が正の熱力学的に正常な系であることが知られている（図４）

そのため温度の高い中心部（コア）から温度の低い周辺部（ハロー）に熱が流れると，中心部の温度はますます上昇し，さらに多くの熱が流れることになる．これが**重力熱力学的不安定性**である．中心部は温度上昇とともに密度も上昇する，コア収縮という進化を示す．

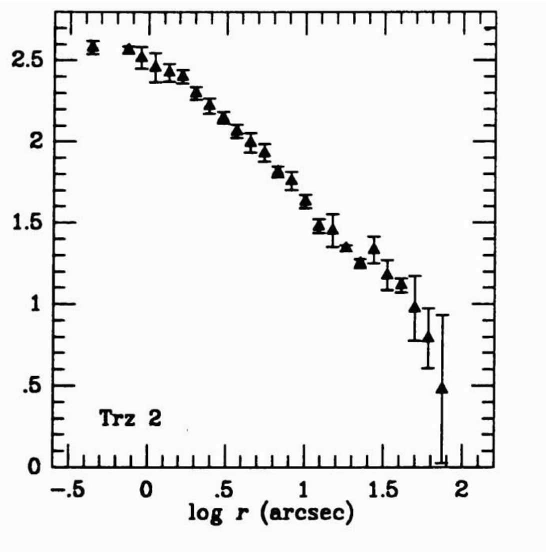

図 5

図５はコア収縮した球状星団の観測例である．縦軸は密度，横軸は中心からの距離を対数目盛でプロットしたものである．中心に近づくほどベキ的に密度を大きくなっている．通常の系であれば温度差が生じれば熱が流れ温度差をならし温度が一様な，いわゆる熱平衡に最終的に落ち着く．一方，球状星団では比熱が負の中心部で温度上昇と収縮が続き，系は熱平衡とは全く異なるコア・ハロー構造という状態へ進化するのである．このように重力が本質的な役割を果たす系では，熱平衡という熱力学での最も基本的な概念すら変わってしまうのである．

熱力学第２法則が気になる方も多いだろう．自己重力系だからといって第２法則が破れているわけではない．コア・ハロー構造が成長する過程でエントロピーはつねに増加している．比熱が正の通常の系であれば温度が一様な熱平衡状態がエントロピーの極大であった．ところが重力多体系のような比熱が負の系ではエントロピー極大状態が存在しないのである．コアからハローへ熱を流すことでコア収縮が進み，系はよりエントロピーの大きな状態に進化してゆく．余談であるが，熱力学第２法則に関連して**“宇宙の熱死”**が議論されることがよくある．温度差があると熱が流れ，宇宙はやがていたるところ温度が一定の熱平衡状態に陥ってしまう．それはもはや構造も進化もない“熱死”の状態である，という考え方である．しかし，そのような心配をする必要はない．宇宙での諸現象では球状星団と同様に重力が本質的な役割を果たしている．従って，構造を造りながら宇宙のエントロピーは際限なく増加していくのである．

話を元に戻そう．重力熱力学的不安定性によるコア収縮はいつまでも続き球状星団の中心部の密度はやがて発散するのだろうか．図５ではコア収縮した球状星団の密度分布を紹介したが，実はコア収縮を示さない球状星団も数多く観測されている．中心部が高密度になると連星が形成されることが重要である．連星の傍を第３の星が通過するとしよう．そのとき連星はより強く結合し重力ポテンシャルの深い状態に移行し，余ったエネルギーを第３の星に与える．このメカニズムにより連星は熱源としてふるまうのである．球状星団の中心部は比熱が負であったことを思い出そう．そのため連星から注入された熱によって中心部の温度は下がり，コアの収縮は止められる．このときコア近傍では緩やかではあるが中心ほど温度が低いという逆の温度勾配が形成されている．そのため周辺部から中心に向かって熱が流れコアが膨張するという逆向きの重力熱力学的不安定性が進行する（重力熱力学的膨張）．

上の逆向きの温度勾配は中心付近に限定されていた．また中心にあった連星も，第３の星にエネルギーを与えたときの反作用でやがてコアから飛び出していく．こうして重力熱力学的膨張は終わりを告げる．そしてコアからハローへ熱が流れ，コアが収縮する重力熱力学的不安定性が再び始まるのである．このようにして球状星団はコアの収縮と膨張を繰り返していると考えられている．図６は球状星団の進化をＮ体数値シミュレーションで調べた結果である．縦軸は中心密度（対数目盛）である．粒子数Ｎは 2000 から 32000 と現実の球状星団に比べるとかなり少ないが，熱力学的不安定性によりコアが振動することを見事に示している．ただし振動の時間スケールは数１０億年に相当するため，球状星団で実際にこの振動を観測することはできない．しかし，先に述べたように図５のようなコア収縮した球状星団とコア収縮していない球状星団が両方観測されることはコアの振動の間接的な証拠だと考えられている．

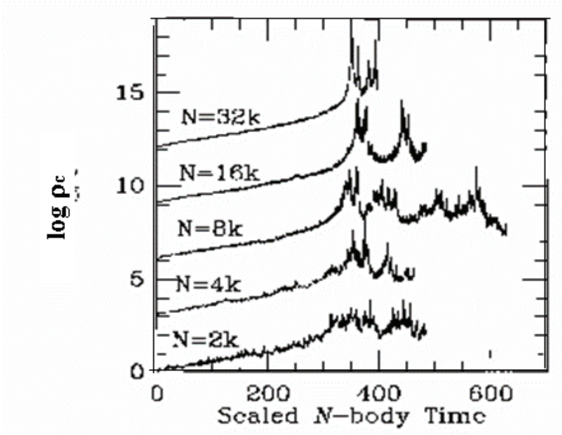

図 6

5．まとめと最近の話題

ここまで述べてきたように，宇宙は日常とはかけ離れた現象を私たちに垣間見せてくれる．実験室では実現できない極限的な状況を準備し，さまざまな物理法則の本質を見せてくれる．しかし，球状星団のような重力が本質的な役割を果たす系では，スケールがかけ離れているだけでなく，熱力学のような物理の基本的枠組みに対してその見直しをせまるのである．通常の系であれば温度差があると熱を流し温度が一様な熱平衡状態に系は進化する．従って何らかの構造は境界条件等の外的要因により造らなくてはならない．一方，負の比熱をもつ重力系では，外的要因に頼らずに内部にコア・ハロー構造を形成することができる．この現象は，ハローというエネルギーやエントロピーの捨て場を系の内部にみずから用意することで中心部のコアが進化していくと解釈できる．さらに，連星系のような熱源を自発的に造ることも通常の系では例のない興味深い性質である．

このように球状星団に代表される重力多体系は，比熱が負であるため，その進化は本質的に非定常非平衡である．そのため定性的な理解はここまで説明してきた重力熱力学的不安定性で理解できるが，定量的な議論については数値シミュレーションしか有効な方法が無いと考えられてきた．しかし最近，筆者は共同研究者と Tsallis 統計とよばれる非加法的エントロピーを用いた枠組みが重力多体系の準定常状態の進化を記述するのに有効である可能性を示している．この話題については私たちのレビュー[9]をご覧いただきたい．

参考文献

[1] M. Sakagami, H. Yoshida, K. Takano, W. Kitazato, K. Kanamaru, M. Saito, H. Iwai and K. Takeishi, Black Hole and Hawking Radiation in Laval Nozzle, Extended Abstract, pp. 218-219, CD-ROM, 3-b-11, ExHFT-6 (2005).

[2] 天体物理理論--京大天体核研究室の足跡から--http://wwwsoc.nii.ac.jp/jps/jps/butsuri/50th/noframe/50(3)/50th-p172.html

[3] 佐藤文隆，岩波講座現代の物理学１１「宇宙物理」岩波書店(1995)，１－３節

[4] ランダウ，リフシッツ，統計物理学（上）岩波書店(1980)，§58,§61

[5] ランダウ，リフシッツ，統計物理学（下）岩波書店(1980)，§106-§107

[6] K・ソーン，ブラックホールと時空の歪み，白揚社(1997) 第４章

[7] 円山重直，伝熱，Vol.44 No.186 (2005) p44

[8] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, Princeton Univ. Press (1985)

[9] M. Sakagami and A. Taruya, Continuum Mechanics and Thermodynamics 16 (2004) p.279

阪上　雅昭

１９５７年大阪市生まれ．大阪大学理学部卒業，大阪大学大学院理学研究科修了（理学博士）．福井大学教育学部助教授を経て，現在，京都大学大学院人間・環境学研究科教授．専門は物理学．なかでも重力，相対性理論，宇宙物理，非線形物理などの分野で研究をおこなっている．