甲藤好郎先生ご遺稿

# 「沸騰の科学（４）」

*Science of Boiling (4)*

甲藤　好郎（東京大学名誉教授）
*Yoshiro KATTO (Professor Emeritus of The University of Tokyo)*

## ４．蒸気の脱出と波

いま比較的大きなコップの水の中にストローを差し込み，そのストローを通して空気を吹き込む場合を考えてみてください．このとき，ストローの中の連続した空気の流れが，ストローの出口を出るや分断され，別れ別れの空気のかたまりになって水中を上昇することを誰でも知っています．そして多くの人々は，太陽が東から昇り西に沈むのが当たり前のように，この水による空気の分断現象もごく当然のこととして日頃深く考えてみようとすることもないでしょう．

しかし沸騰では液体の内部で蒸気が作られ，それが液中を浮上したり液体と共に流れ去ったりしていますから，この分断現象を見過ごすわけにはいきません．この場合，「弱い核沸騰」で加熱面上の発泡点から出る小さな気泡は，２章でお話したように間欠的に作られ，もともと別れ別れになっているものですから，あまり問題になりません．しかし「強い核沸騰」では，前章でお話したように，加熱面上から蒸気が連続的に流出する形になっており，この連続的な蒸気の流れが液体によって分断されて蒸気のかたまりを作る，そのメカニズムを一応検討せざるを得なくなるのです．

ところで，３章で述べたような直径 10 ないし 20 ミリメートル程度の円形加熱面上で強い核沸騰を行わせる時，加熱面上に発生する蒸気のかたまりのふるまいは，実はこの加熱面と同程度の直径の孔から上向きに一定流量で空気を水中に流出させるようにした時，水の中につぎつぎ作られていく空気のかたまりの挙動にとてもよく似ているのです．例えば，この孔で作られる空気のかたまりは，相前後する２つの空気のかたまりごとに１つの対になって現れることが知られています．すなわち，先行するかたまりの後流に引かれて細長く伸び，やがて先行の丸みのあるかたまりの中央に吸い込まれていきます．ところが強い核沸騰の場合，蒸発によって加熱面で次々作られる蒸気のかたまりの挙動を高速カメラで観察してみると，前述の空気流出孔から水中に次々出る空気のかたまりの挙動とほとんど同じであることがわかります．

### 分断された蒸気のかたまりの大きさ

それにしても，前記のように一つの流出孔から一定速度で液体中に連続的に流出する気体が，なぜこのように自動的に次々切断され気体のかたまりになって出て行くのでしょうか．その疑問を解くため，簡単なモデルに基づく近似的な解釈を次にやってみることにしましょう．すなわち，いま液体中に一個の球形の気体のかたまりがあるとして，その気体のかたまりの下端は流出孔につながり，その孔から一定速度で流出する気体の連続的供給を受けながら，刻々その体積を増しているとします．そしてこの時，液中にある気体球には当然アルキメデスの浮力が働き，それから気体球自身の重さを差し引いた残りの浮力が気体球（およびそれと連動して一緒に動く近くの液体）を上向きに加速しますから，当然その作用によって気体球は次第に速度を増しながら浮上していく訳です．

つまり気体球には前記の「浮上運動」と「体積増加」の二つの変化が生じているわけです．そこでいま，これらに関係する二つの長さ，すなわち孔の面から気体球の中心までの高さ $h_G$ と，気体球の半径 $r_c$ の時間変化を考えてみます．最初，気体球が出来始めた頃は，気体球は孔についていますから $h_G < r_c$ となっている筈です．しかし，前に言いましたように，気体球は刻々速度を増しなが

ら浮上中ですから，$h_G$は時間が経つほど急に増加します．一方，気体球は孔からいつも一定流量の気体を受けて膨張しているのですから，それによる半径 $r_c$ の増加速度（その大きさは $r_c^2$ に反比例します）は，気体球が大きくなるほど急速に減ってきます．したがって時間が経つと，いつか $h_G > r_c$ の状態に変わる瞬間が来て，そのとき，気体球は孔から離れると考えることができます．そして，その離脱の瞬間にも孔からの気体の流出は連続して続いているので，次の気体球の成長が直ちに始まります．

もちろん，これは近似的なモデルですが，気体の連続的な流れが液体によって切断される現象の本質はほぼついていると考えてよいでしょう．そこでいま，流出孔から流れ出している気体の体積流量の値が単位時間あたり $v_1$ として，数式を使って計算しますと，気体のかたまりの下端が流出孔の位置に滞留している時間 $t_D$，および流出孔から離脱する時の気体のかたまりの瞬間体積（つまり離脱体積）$V_D$ がそれぞれ次式のように求められます．

$$t_D = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/5} \left[\frac{4\{(11/16)\rho_L + \rho_V\}}{(\rho_L - \rho_V)g}\right]^{3/5} v_1^{1/5}$$

および $$V_D = v_1 \cdot t_D$$

ここで $\rho_L$ は液体の密度，また $g$ は重力加速度です．この結果を見て面白いのは，孔から流出する気体の体積流量 $v_1$ が増す時，気体のかたまりの離脱体積 $V_D$ は $v_1$ にほぼ比例（$v_1^{6/5}$ に比例）して増加しますが，滞留時間 $t_D$ のほうはあまり値が変わらない（$v_1^{1/5}$ に比例）ことです．

さてこの結果はそのまま，強い核沸騰で加熱面から次々に出る蒸気のかたまりの分析（つまり滞留時間と離脱体積の計算）に使えます．すなわち，前の式に含まれている $v_1$ を，今度は加熱面上で単位時間あたり発生している蒸気体積の量に取りさえすればいいわけで，これは次式で与えられます．

$$v_1 = \frac{q \cdot A}{\rho_V h_{fg}}$$

ここに $q$ は加熱面から単位時間，単位面積あたり出る熱量（熱流束），$A$ は加熱面の面積，$\rho_V$ は蒸気の密度，$h_{fg}$ は蒸発潜熱です．

**広い加熱面上で発生する蒸気の離脱**

私たちは，これまで，直径 10〜20 ミリメートル程度の円形加熱面，つまり比較的広さの限られた加熱面上の沸騰だけを見て来ました．しかし実際の沸騰は，もっと広い加熱面でも起こるわけです．そこでこれから，非常に広く平らな加熱面が水平に置かれ，その上に液体が十分な深さで湛えられている時の沸騰を見てみることにしましょう．

この場合，「弱い核沸騰」については，あまり大きな問題がありません．なぜなら３章の「沸騰の様相の変化」の項で述べたように，弱い核沸騰では，加熱面上に分散分布する発泡点同士の間にはほとんど干渉がなく，また一つの発泡点で次々に発生，浮上する気泡同士も互いに独立性を持つといった状況にあります．

一方「強い核沸騰」では，加熱面から出る熱の全部が，加熱面上の薄い核沸騰液層（３章参照）によって飽和蒸気に変えられています．だから，加熱面が広くなっても，加熱面から流体側への熱伝達の状況は前とほとんど変わらないでしょう．しかし，そのようにして広い加熱面上で一様に発生している蒸気が，そこから逃げ去るためには，その上方にある液体部分を通り抜けていかねばなりません．そして，この時の蒸気の離脱は，前に見た小さな加熱面の場合のように単純なものではない筈です．

**面白い手品**

こうして私たちは，強い核沸騰の生じている水平加熱面上で一様に発生を続ける蒸気が，液体内へどのように逃げ去るのか，そのメカニズムを考えるべき段階になりました．そこでいま，液体に覆われている広い加熱面の上に，蒸気が一様に溜まって来たとして，この時，蒸気はどのような形で液体の中へ浮上して行こうとするかを考えましょう．これは逆にいえば，上方の液体がどのような形で下方の蒸気の中へ降下して来るかの問題でもあります．そして，この状況をもっと抽象的に言えば，気体層の上に液体層があり，両者が水平な面で相接して平衡状態にある時，この気液境界面（これを簡単に界面と言います）に生じ始める変形は一体どんなものかと言う問題です．

もちろん，この種の平衡状態は，だるま（達磨）を逆さに立てた時と同じ形の不安定な平衡状態で

すから，私たちは日頃，その平衡状態自体を目にすることはまずないでしょう．しかし，この不安定な平衡状態（液体層が蒸気層の上）から安定な平衡状態（液体層が蒸気層の下）に変りつつある途中の状態については，実は普段いろいろお目にかかっており，たとえば雨に濡れた電線のあちらこちらからポトリポトリと雨垂れが下に落ちるときの状況など,それに類するものと言えましょう．そしてこの雨垂れの例などから見て，今考えている不安定な水平界面では一般に，あたかも波のように，ある間隔ごとに液面が垂れ下がる形の変形を起こすものと思われます．

そこでなおもう少し，この考えの正否を確かめてみたいと思います．読者の皆さんの中にはひょっとすると，水を入れたコップの口に金網をあてがい，その口を下向きにした状態で少しも水がコップからこぼれないことを知っている人がいるかも知れません．この一見，手品ともいえるような不思議な現象の実験は次のようにすると，子供でも容易に出来ます．すなわち，バケツに入れた水の中にコップを入れ，そのコップを逆さにして口を下にし（コップの中に一部空気が入っていても何らかまいません),次にコップの口に下から金網をあてて，そのまま水の中から上に引上げればよいのです．実験の際には，金網が少し細かめのほうが楽ですが，いずれにせよ金網の隙間から不思議に水はこぼれ落ちないのです．

この興味ある事実は次の大切な事柄を示唆しています．すなわち，前述のコップの中から下にこぼれないでいる水の表面は，金網の針金と針金の間の間隔ごとに区切られているわけですから，その下向き水面には，針金間の間隔より長い波長の波は起こり得ず，それより短い波長の波だけが起こり得るわけです．従って，下向きの水面に起こる波のうち，ある長さより波長の短いものは水面の変形を成長させず，水面を安定に保ちますが，ある長さ以上の波長の波は水面の変形をますます成長させ，従って水は下にこぼれ落ちるのだと考えることが出来ることになります．

### 下向き水平液面を伝わる波

さてここまで考えが進んできますと，水平界面の安定性について，もう少し理論的な裏付けが欲しくなりますが，やや程度の高い流体力学の書物を見ると，この水平界面に起こる波の解析について記してあります．そしてそれによると波長$\lambda$の波が気液界面を進む速度 $c$ は次式で与えられます．

$$c=\sqrt{\frac{2\pi\sigma}{(\rho_L+\rho_V)\lambda}-\frac{(\rho_L-\rho_V)g\lambda}{2\pi(\rho_L+\rho_V)}}$$

ここで，右辺根号内の第１項は液面の表面張力$\sigma$に関係する項で，波長$\lambda$が小さい時ほどその値が大になります．一方，右辺根号内の第２項は重力加速度$g$に関係する項で，前とは逆に，波長$\lambda$が大きいほど値が大になります．従って，波長$\lambda$が小さいうちは，第１項が第２項より大ですから平方根の中の値は正，つまり波の速度$c$が現実に存在し，この波が安定に存在できることを意味します．しかし，波長が大きくなると，第１項が第２項より小さくなり平方根の中の値は負となって，波の速度$c$は虚数，つまりこの種の波は現実に存在出来ません．なお以上のことを物理的に解釈すれば，波長の小さい波は表面張力による復元作用が強く，重力による界面の変形を元の平衡界面のほうに戻すことが出来るのに対し，波長の長い波では表面張力の復元作用が弱く，従って重力による界面の変形が元に戻らず下向きにどんどん進んでしまうことになります．

ともあれ，このような状況にあるので，波が安定に存在できる波長$\lambda$のぎりぎり限界の値$\lambda_C$は，前の式で右辺根号の中を零とおけば直ぐ求められて

$$\lambda_c=2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{(\rho_L-\rho_V)g}}$$

この$\lambda_C$のことを一般に「臨界波長」と言いますが，下を向いた水平液面は大体，この限界の状態，つまり臨界波長$\lambda_C$をピッチとする周期的な変形状態で壊れて行くのです．もっと厳密に言うと，実は液面の変形がもっとも早く進む波長（それは臨界波長の 1.73 倍になります）で壊れていくとすべきですが，ここでは簡単のため臨界波長をピッチとする周期的な変形状態で壊れていくとしておきましょう．そして，以上の状況下に生じる液面不安定のことを「テイラー不安定」と言いますが，例えば，大気圧の水の飽和沸騰について臨界波長$\lambda_C$の値を計算すると 15.7 ミリメートルとなりま

す．つまり大気圧の飽和水が「強い核沸騰」の状態にある時，広い加熱面は，統計的に言って縦横それぞれ 15.7 ミリメートル程度の単位区画に分けられ，１単位区画ごとに蒸気は，この章の前の方で述べた程度の体積のかたまりを作りながら液中に逃げて行くということになります．

なお，３章で強い核沸騰を説明した際，わざと直径 10 ないし 20 ミリメートル程度の円形加熱面上の沸騰を考えたのも，実はこれが単位区画とほぼ同じオーダーの大きさの加熱面であり，１区画ごとに生じる沸騰の平均的な特性が把握しやすいからだったためなのです．

### 加熱面を覆う核沸騰液層の厚さ

強い核沸騰では，3 章（「加熱面を覆う薄い核沸騰液層」の項参照）で見たように，加熱面上に，大きな蒸気のかたまりと加熱面の間にはさまれながら，その中に多数の微小な蒸気噴流を持つ薄い核沸騰液層が出来るわけですが，その液層の厚さがどうしてきまるかの問題がなお残っています．そこで次に，これについて考えてみようと思うのですが，仮にいま，加熱面上に垂直に立っている微小な蒸気噴流が，この程度の高さ（噴流長さ）までしか安定に存在出来ないという風に捉え直してみると，これまた気液界面の安定性の問題に帰着できそうです．

もっとも，ここで問題にする蒸気噴流はもともと長さが非常に短く，従ってそこで問題となる気液界面の波長 $\lambda$ の値は小さいものです．だから，加熱面（あるいは蒸気噴流）が重力の方向に対してどんな向きの時でも，重力 $g$ の影響は表面張力 $\sigma$ の影響に比べて無視していいでしょう．しかしその代わり，現在問題の蒸気噴流の気液界面は気液の流れの力学的作用をうけており，それを考慮に入れなければなりません．そしてこのとき気液界面を伝わる波の速度 $c$ は，本質的には前項と同様な力学的メカニズムに支配されているものであって，流体力学の解析から次式で与えられます．

$$c = U + \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{(\rho_L + \rho_V)\lambda} - \frac{\rho_L \rho_V (u_V - u_L)^2}{(\rho_L + \rho_V)^2}}$$

ここに右辺第一項の $U$ は

$$U = \frac{\rho_L u_L + \rho_V u_V}{\rho_L + \rho_V}$$

を表します．また $u_V$と $u_L$はそれぞれ界面に平行に流れている気体，流体の流速（もし液体が気体の逆方向に流れる時は $u_L$を負にとります）であって，従って本式右辺根号内の第２項の $u_V - u_L$ は気体と液体が互にすれちがう相対速度を表します．そしてこの時の臨界波長 $\lambda_C$の値は, この式で右辺根号の中を零とおいて直ぐ求められ

$$\lambda_c = \frac{2\pi\sigma(\rho_L + \rho_V)}{\rho_L \rho_V (u_V - u_L)^2}$$

つまり，気体と液体が相対的に流動している界面は大体, この臨界波長 $\lambda_C$をピッチとする周期的な変形状態で壊れていくわけで，この状況下に生じる液面の不安定のことを「ヘルムホルツ不安定」と言います．そしてそうだとすると，強い核沸騰で加熱面上に生じる微小な蒸気噴流は，この形式の界面変形によって壊れる訳で，この間の事情は前項の水平液面の場合と同じです．ただ現在は前項の場合と違って，蒸気噴流の根元は加熱面上の発泡点の位置に固定され，その根元付近では加熱面からの加熱によって蒸気噴流内に蒸気を発生し続けているのですから，加熱面からある高さ $\delta_C$ のところまで，噴流が壊れずに保持されることになります. そしてこの蒸気噴流の限界高さ $\delta_C$は臨界波長 $\lambda_C$より短くなる筈ですが, ここには詳しい分析は割愛して，ただ強い核沸騰で生じている核沸騰液層の限界厚さ $\delta_C$について, 次のような式が求められていることを紹介しておきましょう．

$$\delta_c = \frac{\pi\sigma(\rho_L + \rho_V)}{2\rho_L \rho_V}\left(0.0584\left(\frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^{0.2}\frac{\rho_V h_{fg}}{q}\right)^2$$

ここに $h_{fg}$ は蒸気潜熱，$q$ は加熱面から単位時間，単位面積あたり出ている熱量です．この $q$ のことを一般に熱流束（ねつりゅうそく）と呼びますが，本式によると核沸騰液層の限界厚さ $\delta_C$ は加熱面からの熱流束の２乗 $q^2$ に反比例して急速に減少することが分かります．

（次号に続く）